

نام و نام خانوادگی

درس: حسابان ۲

پایه تحصیلی: دوازدهم

رشته: ریاضی فیزیک

نام دبیر:

تعداد برگ سوال: ۱ برگ

ساعت امتحان:

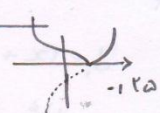
نام واحد آموزشی:

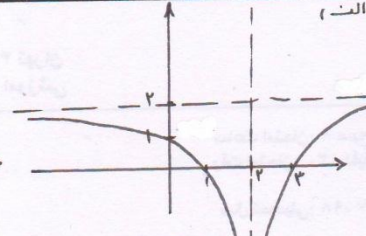
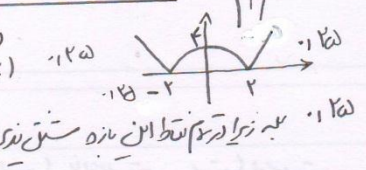
وقت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ امتحان:

ردیف	تعداد ۱۵ سوال در ۲ صفحه (نیاز به پاسخ نامه دارد ■ ندارد □)	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) $x - 2$ یک عامل چندجمله ای $x^5 + 32$ می باشد. ب) تابع $f(x) = -x^2 + 2x$ روی بازه $[0, +\infty)$ اکیداً صعودی است. پ) شرط لازم و کافی برای آنکه تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد آن است که در این نقطه پیوسته باشد ت) تابع هموگرافیک دارای دو محور تقارن عمود بر هم به شیب های ۱ و -۱ است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) نمودار تابع $y = x^3 - 1 $ به صورت میباشد. ب) برای آنکه تابع $y = ax + b$ در دامنه اش هم صعودی باشد و هم نزولی مقدار a باید برابر با باشد. پ) برد تابع $y = 3\sin x$ برابر است با ت) دوره تناوب تابع $y = 2\sin(3x) - 5$ برابر است. ث) در تابع درجه سومی که دارای ماگزیمم و می نیمم نسبی است وسط نقاط ماگزیمم و می نیمم میباشد.	۱/۲۵
۳	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) با توجه به محورهای سینوس و تانژانت اگر $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ اگر باشد کدام یک از موارد زیر درست است؟ $\sin \alpha < \tan \alpha$ (۱) $\sin \alpha = \tan \alpha$ (۲) $\sin \alpha > \tan \alpha$ (۳) $0 < \tan \alpha$ (۴) ب) تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ چند نقطه بحرانی دارد؟ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ پ) تقعر منحنی با ضابطه $f(x) = x^4 - 6x^2$ در کدام بازه رو به پایین است؟ (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(1, -\infty)$ (۴) $(-\infty, -1)$ ت) نمودار $y = \sqrt{x}$ را دو واحد به سمت چپ برده و سپس نسبت به محور x ها قرینه میکنیم نمودار حاصل نیمساز ربع اول و سوم را در چه طولی قطع میکند؟ (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) ۱	۱
۴	الف) نقطه $A(1, -8)$ روی تابع $y = f(x-1) - 2$ است تبدیل یافته ی این نقطه در تابع $y = f(x+1) + 2$ را بنویسید. ب) مقدار k را طوری بیابید که باقی مانده تقسیم $x^3 + kx + 2$ بر $x - 2$ برابر (-2) باشد. ادامه سوالات صفحه بعد	۱

ردیف	ادامه سـوالـات	بارم
۵	معادلهٔ مثلثاتی زیر را حل کنید.	۱/۵
۶	مجانبيهای افقی و قائم تابع زیر را به دست آورید.	۱
۷	الف) نمودار تابع f را به گونه ای رسم کنید که همهٔ شرایط زیر را دارا باشد: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2$, $f(0) = 1$, $f(3) = 0$ ب) حاصل حد زیر را به دست آورید.	۰/۷۵ ۰/۷۵
۸	الف) با استفاده از تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $y = x^2 - 4 $ را در نقطهٔ $x = 2$ بررسی کنید. ب) با رسم شکل نشان دهید آیا این تابع در بازهٔ $(-2, 2)$ مشتق پذیر است؟ چرا؟	۱/۵
۹	دو تابع <u>نا برابر</u> مثال بزنید که مشتق هایشان با هم <u>برابر</u> باشد.	۰/۵
۱۰	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{2 \tan x}{\sqrt[3]{x^4 - x^3}}$ ب) $g(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{x-1}}$	۲
۱۱	گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظه $t=0$ سوراخی در ظرف ایجاد میشود. اگر حجم مایع باقی مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V(t) = 40(1 - \frac{t}{100})^2$ به دست آید. در چه زمانی آهنگ تغییر لحظه ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 100]$ می شود.	۱/۵
۱۲	معادلهٔ خط مماس بر منحنی $y = 3\cos 2x$ را در نقطه ای به طول $\frac{\pi}{2}$ واقع بر منحنی به دست آورید.	۱/۲۵
۱۳	مقادیر اکستریم نسبی و مطلق و نقاط بحرانی تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & 0 \leq x < 2 \\ 4 - x & x \geq 2 \end{cases}$ را بیابید.	۱/۵
۱۴	مقادیر a, b, c را طوری بیابید که نقطهٔ $(1, 2)$ نقطهٔ عطف تابع $f(x) = ax^3 + 3bx^2 - c$ بوده و نمودار آن محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۴ قطع کند.	۱/۵
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{-x}{x+3}$ را رسم کنید.	۲
جمع	موفق باشید	۲۰

ردیف	سوالات	بارم
۱	الف) نامرشد ۰.۲۵ ب) مرشد ۰.۲۵ ج) نامرشد ۰.۲۵ د) مرشد ۰.۲۵	۱
۲	الف)  ۰.۲۵ ب) صفر ۰.۲۵ ج) $[-2, 2]$ ۰.۲۵ د) $\frac{25}{3}$ ۰.۲۵	۱.۲۵
۳	الف) ۳ ۰.۲۵ ب) ۱ ۰.۲۵ ج) ۱ ۰.۲۵ د) ۳ ۰.۲۵ توضیح ب) $y' = \frac{-x^2-1}{(x^2-1)^2}$ صورت و مخرج درشت‌های مجزای متعلق به دانه‌های مجزای توضیح ج) $y'' = 12x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ توضیح د) $\frac{-1}{1+0} = -1$ $-\sqrt{x+2} = x \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \quad (x=2, x=-1)$ غلط	۱
۴	الف) درجه یک به یک و چهار به چهار ب) $(1, -1) \rightarrow (3, -4)$ ج) $P(2) = -2 \rightarrow 1 + 2K + 2 = -2 \quad K = -4 $	۰.۱۵ ۰.۱۵
۵	$2(1 - \cos^2 x) + 9 \cos x + 3 = 0 \quad -2 \cos^2 x + 9 \cos x + 2 = 0 \quad \Delta = 121$ $\cos x = -\frac{1}{2} \rightarrow x = (2k+1)\pi \pm \frac{\pi}{3}$ $\cos x = 5$ غلط	۰.۲۵ ۰.۱۵ ۰.۲۵
۶	$ x - 1 = 0 \quad x = \pm 1 $ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+5}{ x -1} = \frac{7}{0} = \infty$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x+5}{ x -1} = \frac{3}{0} = \infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+5}{ x -1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2 \quad y=2 $ بیانگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-x} = -2 \quad y=-2 $ بیانگر	۰.۲۵ ۰.۲۵ ۰.۲۵

ردیف	پاسخ سوالات	بارم
۷	ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ x - x}{3x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{3x} = -\frac{2}{3}$ (ب) ۰.۱۷۵ $x \rightarrow -\infty$ ۰.۱۲۵ $x \rightarrow -\infty$ ۰.۱۲۵ ۰.۱۷۵ $x \rightarrow -\infty$ ۰.۱۲۵ $x \rightarrow -\infty$ ۰.۱۲۵ ۰.۱۷۵ $x \rightarrow -\infty$ ۰.۱۲۵ $x \rightarrow -\infty$ ۰.۱۲۵ 	
۸	$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$ ۱.۲۵ $x \rightarrow 2^+$ ۰.۱۲۵ $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = -4$ ۰.۱۲۵ $x \rightarrow 2^-$ ۰.۱۲۵ ۱.۲۵ $x \rightarrow 2^+$ ۰.۱۲۵ $x \rightarrow 2^-$ ۰.۱۲۵ ۱.۲۵ $x \rightarrow 2^+$ ۰.۱۲۵ $x \rightarrow 2^-$ ۰.۱۲۵ 	
۹	$y = 2x + 5 \rightarrow y' = 2$ ۰.۱۲۵ $y = 2x \rightarrow y' = 2$ ۰.۱۲۵ ۰.۱۲۵ $y = 2x + 5 \rightarrow y' = 2$ ۰.۱۲۵ $y = 2x \rightarrow y' = 2$ ۰.۱۲۵	
۱۰	$y' = 2(1 + \tan x) \sqrt{x^2 - x^3} - \frac{2x^3 - 3x^2}{\sqrt{(x^2 - x^3)^3}} (2 \tan x)$ ۰.۱۲۵ ۰.۱۲۵ $y' = 2(1 + \tan x) \sqrt{x^2 - x^3} - \frac{2x^3 - 3x^2}{\sqrt{(x^2 - x^3)^3}} (2 \tan x)$ ۰.۱۲۵	
۱۱	$\Delta u = \frac{u(1.01) - u(1)}{1.01 - 1} = -0.4$ ۰.۱۲۵ $u'(1) = \frac{f'(1)}{1} = -\frac{4}{1} = -4$ ۰.۱۲۵ ۰.۱۲۵ $\Delta u = \frac{u(1.01) - u(1)}{1.01 - 1} = -0.4$ ۰.۱۲۵ $u'(1) = \frac{f'(1)}{1} = -\frac{4}{1} = -4$ ۰.۱۲۵	
۱۲	$y' = -4 \sin 2x$ ۰.۱۲۵ $m = y'(\frac{\pi}{4}) = 0$ ۰.۱۲۵ $y = 3$ ۰.۱۲۵ ۰.۱۲۵ $y' = -4 \sin 2x$ ۰.۱۲۵ $m = y'(\frac{\pi}{4}) = 0$ ۰.۱۲۵ $y = 3$ ۰.۱۲۵	
۱۳	حالت تابع نامشخص است برای سوابق نقطه اکسرم و کلاسیک است که شکل استوار است $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} & x < 2 \\ -1 & x > 2 \end{cases}$ ۰.۱۲۵ $x = 0, f(0) = 0$ ۰.۱۲۵ $f'_-(2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \neq f'_+(2) = -1$ ۰.۱۲۵ $f'_-(2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \neq f'_+(2) = -1$ ۰.۱۲۵	
۱۴	$f(x) = 2$ ۰.۱۲۵ $a = -b$ ۰.۱۲۵ $c = 4$ ۰.۱۲۵ ۰.۱۲۵ $f(x) = 2$ ۰.۱۲۵ $a = -b$ ۰.۱۲۵ $c = 4$ ۰.۱۲۵	
۱۵	$y' = 4ax^2 + 4bx \rightarrow y'' = 8ax + 4b$ ۰.۱۲۵ $y''(1) = 0$ ۰.۱۲۵ $a = 1, b = -1$ ۰.۱۲۵ ۰.۱۲۵ $y' = 4ax^2 + 4bx \rightarrow y'' = 8ax + 4b$ ۰.۱۲۵ $y''(1) = 0$ ۰.۱۲۵ $a = 1, b = -1$ ۰.۱۲۵	
۲	$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x}{x+3} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$ ۰.۱۲۵ $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x}{x+3} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$ ۰.۱۲۵ ۰.۱۲۵ $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x}{x+3} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$ ۰.۱۲۵ $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x}{x+3} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$ ۰.۱۲۵ ۰.۱۲۵ $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x}{x+3} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$ ۰.۱۲۵ $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x}{x+3} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$ ۰.۱۲۵ ۰.۱۲۵ $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x}{x+3} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$ ۰.۱۲۵ $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x}{x+3} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$ ۰.۱۲۵ 